

**Для цитирования**

*Николаев Д.Е., Снежкина О.С., Мамаев В.Ю., Самородов А.В. Применение статистических моделей для прогнозирования эксплуатационных характеристик при оценке качества и подтверждении соответствия биометрических систем / III Научно-практическая конференция «Стандартизация: траектория науки», приуроченная ко Всемирному дню стандартов, Москва, 15 октября 2025 г. // Информационно-экономические аспекты стандартизации и технического регулирования. 2025. № 6(87). С. 730–737.*

УДК 57.087.1

**ПРИМЕНЕНИЕ СТАТИСТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ  
ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИ ОЦЕНКЕ КАЧЕСТВА И  
ПОДТВЕРЖДЕНИИ СООТВЕТСТВИЯ БИОМЕТРИЧЕСКИХ СИСТЕМ**

*Николаев Д.Е., директор, некоммерческое партнерство «Русское биометрическое общество»; председатель ТК 098 «Биометрия и биомониторинг»; начальник сектора, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва*

*Снежкина О.С., руководитель направления по исследованиям и испытаниям перспективных биометрических технологий, Некоммерческое партнерство «Русское биометрическое общество»; инженер, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва*

*Мамаев В.Ю., заместитель директора, некоммерческое партнерство «Русское биометрическое общество»; заместитель председателя ТК 098 «Биометрия и биомониторинг»; инженер, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва*

*Самородов А.В., канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой, кафедра «Биомедицинские технические системы», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва*

---

В статье рассмотрено применение теории экстремальных значений для прогнозирования эксплуатационных характеристик при оценке качества и подтверждении соответствия биометрических систем в условиях ограниченного объема экспериментальных данных и показана возможность предсказания вероятности ложного совпадения (ВЛС) на порядок меньше, чем может быть рассчитана по экспериментальной выборке. Показан пример применения статистической модели обобщенного распределения экстремальных значений (rGEV) для прогнозирования значений ВЛС за пределами экспериментальных данных, в качестве которых использованы 6 искусственно сгенерированных наборов данных на основе бета-распределения с разными параметрами. Полученные результаты показывают применимость описанного в статье подхода для прогнозирования эксплуатационных характеристик биометрических систем в условиях ограниченного объема экспериментальных данных при технологических испытаниях, а также при сценарных и оперативных испытаниях, если доступна информация о степенях схожести.

---

Ключевые слова: теория экстремальных значений, биометрия, статистическая модель, эксплуатационные характеристики, биометрические технологии, системы биометрической верификации, обобщенное распределение экстремальных значений.

**APPLICATION OF STATISTICAL MODELS TO PREDICT PERFORMANCE IN  
TESTING BIOMETRIC SYSTEMS**

*Nikolaev D.E., director, Non-Commercial Partnership «Russian Biometric Society»; chairman of TC 098 «Biometrics and Biomonitoring»; Head of department, Bauman Moscow State Technical University, Moscow*  
*Snezhkina O.S., head of the department for research and testing of promising biometric technologies, Non-Commercial Partnership «Russian Biometric Society»; engineer, Bauman Moscow State Technical University, Moscow*

*Matyayev V.Y., deputy director, Non-Commercial Partnership «Russian Biometric Society»; deputy chairman of TC 098 «Biometrics and Biomonitoring»; engineer, Bauman Moscow State Technical University, Moscow*

*Samorodov A.V., PhD, associate professor, head of department, department of Biomedical Engineering Systems, Bauman Moscow State Technical University, Moscow*

---

**The article discusses the application of extreme value theory to predict the performance of biometric systems in tests with a limited amount of experimental data and demonstrates the possibility of predicting a false match rate (FMR) that is an order of magnitude lower than can be calculated from experimental data. An example of applying statistical models of the generalized extreme value distribution (rGEV) to extrapolate the FMR values beyond the empirical range is shown. 6 synthetic data sets with beta-distribution with different parameters are used as empirical data. The obtained results demonstrate the applicability of the approach described in the article to predict the performance of biometric systems under conditions of a limited amount of experimental data during technological tests, as well as during scenario and operational tests, if comparison scores are available.**

---

Keywords: extreme value theory, biometrics, statistical model, performance characteristics, biometric technologies, biometric verification systems, generalized extreme value distribution.

### **Введение**

Современные биометрические технологии находят широкое применение в различных областях, включая безопасность, контроль доступа и персонализированное обслуживание. Тем не менее, одной из ключевых проблем, с которыми сталкиваются разработчики и исследователи, является необходимость прогнозирования эксплуатационных характеристик биометрических систем и алгоритмов, особенно в условиях ограниченного объема данных. В первую очередь это относится к оценке значения ВЛС, которая основана на результатах непарных сравнений.

Если в экспериментальном наборе данных не зафиксировано случаев ложного совпадения, в биометрии используется статистическое «правило трех». Однако это правило актуально только при отсутствии ложных совпадений в исследуемом наборе данных и не позволяет оценить вероятность ошибки, если зарегистрировано хотя бы одно ложное совпадение. Применение «правила тридцати» оправдано в том случае, если зафиксировано не менее 30 ложных совпадений. Согласно этому правилу вероятность ошибки находится в диапазоне  $\pm 30\%$  от наблюдаемой относительной частоты ошибки с уровнем доверия 90 %.

По мере повышения точности систем биометрической верификации и уменьшения ожидаемых значений ВЛС увеличиваются и требования к объему данных о результатах непарных сравнений, которые зачастую являются нереализуемыми с точки зрения времени и стоимости создания наборов данных. В этих условиях традиционные статистические методы могут оказаться недостаточными для достоверной оценки эксплуатационных характеристик, в первую очередь ВЛС, что делает важным использование более специализированных подходов, таких как теория экстремальных значений.

### **Основная проблематика статьи**

Данная статья посвящена исследованию применения теории экстремальных значений для прогнозирования вероятности ложного совпадения (ВЛС) систем биометрической верификации (сравнение 1:1) на относительно небольшом объеме данных. В статье рассмотрено, как применение статистической модели обобщенного распределения экстремальных значений (rGEV) к набору данных результатов непарных сравнений позволяет выполнить прогнозирование ВЛС.

#### **1. Применение теории экстремальных значений для оценки ВЛС в биометрии**

При оценке эксплуатационных характеристик систем биометрической верификации теория экстремальных значений используется для оценки хвостов распределения результатов непарных сравнений разных субъектов данных. Анализ хвоста распределения данных позволяет экстраполировать значения за пределы наблюдаемого диапазона. Для оценки ВЛС на относительно небольшом объеме данных применяется модель обобщенного распределения экстремальных значений (GEV), вариацией которой является предельное совместное

обобщенное распределение экстремальных значений для статистики наибольшего порядка  $r$  (rGEV) [1].

## 2. Модель GEV (rGEV)

Обобщенное распределение экстремальных значений, также известное как GEV, представляет собой модель распределения экстремальных значений, широко используемую для оценки максимального значения, ожидаемого в определенный период времени в будущем.

Применение модели GEV состоит в разделении набора данных на блоки равной длины и адаптации модели к набору экстремальных значений блоков. Выбор размера блока представляет собой поиск компромисса между смещением и дисперсией: слишком малые блоки приводят к смещению в оценке и экстраполяции, а большие блоки содержат малое количество экстремальных значений, что приводит к большой дисперсии оценки [2]. Модель GEV имеет три параметра: параметр местоположения  $\mu$ , параметр масштаба  $\sigma$  и параметр формы  $\xi$ .

Для статистической оценки ВЛС в качестве экстремальных значений используют  $r$  наибольших значений блока. Такая статистическая модель называется моделью rGEV. На практике обычно выбирают  $r$  как можно больше при условии адекватного соответствия модели и данных [2], при этом  $r$  не должно быть слишком большим, поскольку в этом случае в набор данных для оценки могут попасть значения, которые нельзя рассматривать как экстремальные. Модель rGEV имеет такие же параметры, как и GEV, но для построения rGEV используется больше наблюдаемых экстремальных значений, что повышает ее точность.

Построение модели rGEV осуществляется следующим образом.

Извлечение набора данных для оценки

В первую очередь необходимо выбрать параметры извлечения набора данных для оценки из исходного набора данных: количество блоков  $m$ , количество результатов сравнений в каждом блоке  $n$  и количество экстремальных значений в каждом блоке  $r$ .

Нахождение параметров модели распределения rGEV ( $\hat{\mu}$  – местоположение,  $\hat{\sigma}$  – масштаб,  $\hat{\xi}$  – форма)

К извлеченному набору данных применяется один из методов для нахождения параметров модели. К таким методам относятся: графические методы, основанные на вероятностных распределениях; методы, основанные на моментах; процедуры, в которых параметры оцениваются как заданные функции порядковых статистик; и методы, основанные на правдоподобии. Каждый метод имеет свои преимущества и недостатки, но методы, основанные на правдоподобии, считаются наиболее полезными и адаптивными к построению сложных моделей [2].

Проверка пригодности модели

Проверка пригодности модели осуществляется путем построения диагностических графиков для исходного набора данных и извлеченного набора экстремальных значений. Для проверки модели могут быть использованы квантильный график (Q-Q), график уровня возврата, график вероятности и график плотности. При этом график Q-Q и график уровня возврата считаются наиболее информативными.

В случае, если построенный диагностический график показывает существенное расхождение распределений, необходимо вернуться к выбору параметров извлечения экстремальных значений и повторять описанную процедуру до тех пор, пока диагностический график не покажет приемлемую пригодность модели.

Если построенная модель rGEV подходит для данных, строится график  $1 - CDF$  ( $CDF$  – кумулятивная функция распределения). Точки на расчетной кривой  $1 - CDF$  соответствуют значениям экстраполированной ВЛС.

## 3. Применение модели rGEV для прогнозирования ВЛС

### 3.1 Материалы и методы

### 3.1.1 Набор данных

Для апробации описанного подхода было использовано 6 наборов искусственно сгенерированных степеней схожести – результатов непарных сравнений.

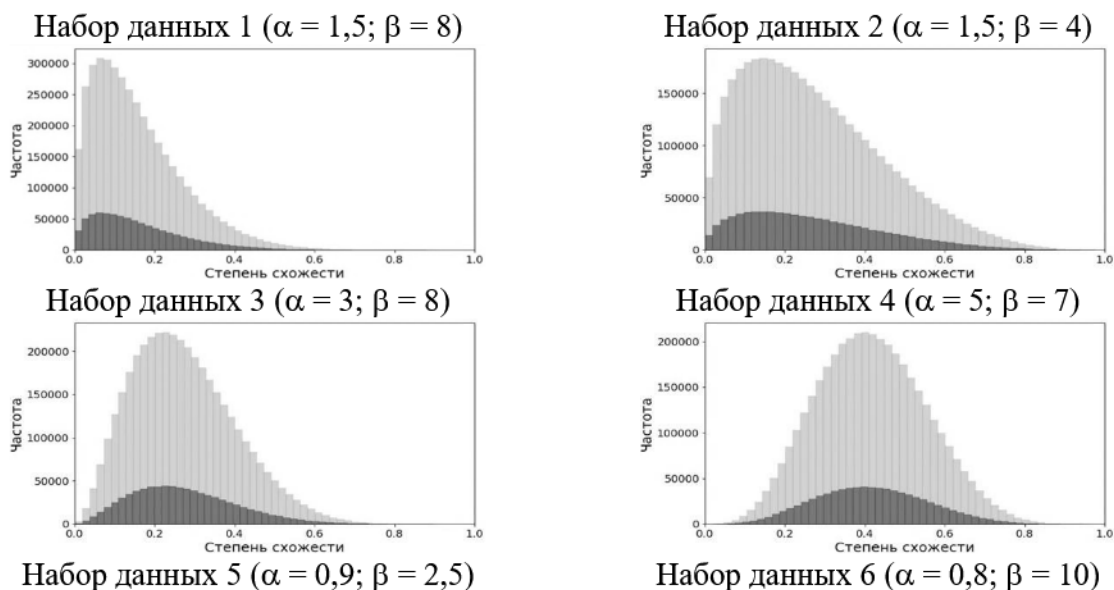
На сегодняшний день в литературе отсутствует единый подход к созданию искусственно сгенерированных распределений степеней схожести (скор-баллов) для биометрических систем. В [3] представлена теория «биометрического зоопарка», согласно которой всех пользователей системы можно условно разделить на категории. Пользователям каждой категории соответствует своя тенденция получения скор-баллов. По мнению авторов, распределение получаемых от биометрической системы скор-баллов зависит от состава испытываемой группы/группы пользователей системы и является комбинацией распределений отдельных пользователей.

Понятие «распределение скор-баллов» (для подлинных лиц, пассивных и активных самозванцев) в основном упоминается косвенно в публикациях, посвященных объединению данных, полученных от нескольких систем или от мультимодальной системы, и способам их нормализации [4, 5]. В [6] авторы рассматривают равномерное, гауссовское и логнормальное распределения. В [7] упоминается синтетический набор скор-баллов, полученный с использованием многомерного нормального распределения с различными ковариационными матрицами.

Сгенерированный набор скор-баллов был использован в [8], однако способ генерации в публикации не описан. В статье [9] используются сгенерированные наборы данных со следующими распределениями: нормальное, бета, хи-квадрат и равномерное.

В настоящем исследовании для генерации наборов данных было использовано бета-распределение с различными параметрами. Значения случайной величины, подчиняющейся бета-распределению, варьируются в диапазоне  $[0; 1)$ , что соотносится со значениями степеней схожести, генерируемыми биометрической системой; при этом 0 соответствует наименьшему сходству, 1 – наибольшему. Для каждого распределения было сгенерировано 4 млн значений.

Для проверки возможности применения для прогнозирования ВЛС статистической модели  $gGEV$ , описанной в п. 2 настоящей статьи, из каждого сгенерированного набора данных было случайным образом извлечено 20% (800 тыс.) значений для последующего применения к ним модели  $gGEV$ . На рис. 1 светло-серым цветом показаны исходные распределения данных, темно-серым – распределения извлеченных 20% данных.



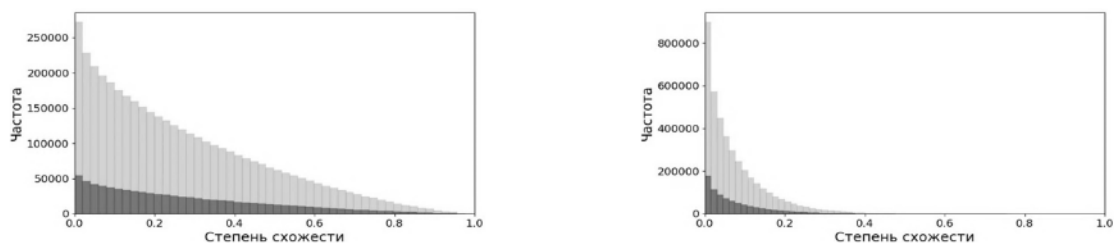


Рис. 1. Гистограммы распределения наборов данных: светло-серым цветом показаны исходные данные, темно-серым – извлеченные данные (20 %)

### 3.1.2 Выбор параметров и проверка пригодности модели

Для проверки пригодности модели были использованы квантильные графики Q-Q. В качестве количественной оценки величины несоответствия квантилей модели и квантилей данных рассчитана среднеквадратическая разность (СКР).

Для дополнительной визуализации были также построены графики плотности вероятности моделей совместно с гистограммами данных.

### 3.2 Применение модели rGEV для прогнозирования ВЛС

В табл. 1 приведены значения параметров rGEV для 6 наборов данных. Визуальное сравнение графика плотности вероятности построенной модели и гистограммы данных и соответствующие графики Q-Q и значения СКР показаны на рис. 2. На рис. 3 приведены графики 1 – CDF (экстраполированной ВЛС) для rGEV, набора данных с 800 тыс. значений и исходного набора данных с 4 млн значений.

Таблица 1

Параметры rGEV

Параметр	Набор данных 1	Набор данных 2	Набор данных 3	Набор данных 4	Набор данных 5	Набор данных 6
$m$	3 125	800	1600	5 000	128	3200
$n$	256	1000	500	160	6250	250
$r$	1	2	1	2	4	1
$\hat{\mu}$	0.5556	0.8386	0.6887	0.7393	0.9530	0.3958
$\hat{\sigma}$	0.0577	0.0359	0.0436	0.0399	0.0142	0.0579
$\hat{\xi}$	0.1344	0.2167	0.1513	0.1493	0.2813	0.0887

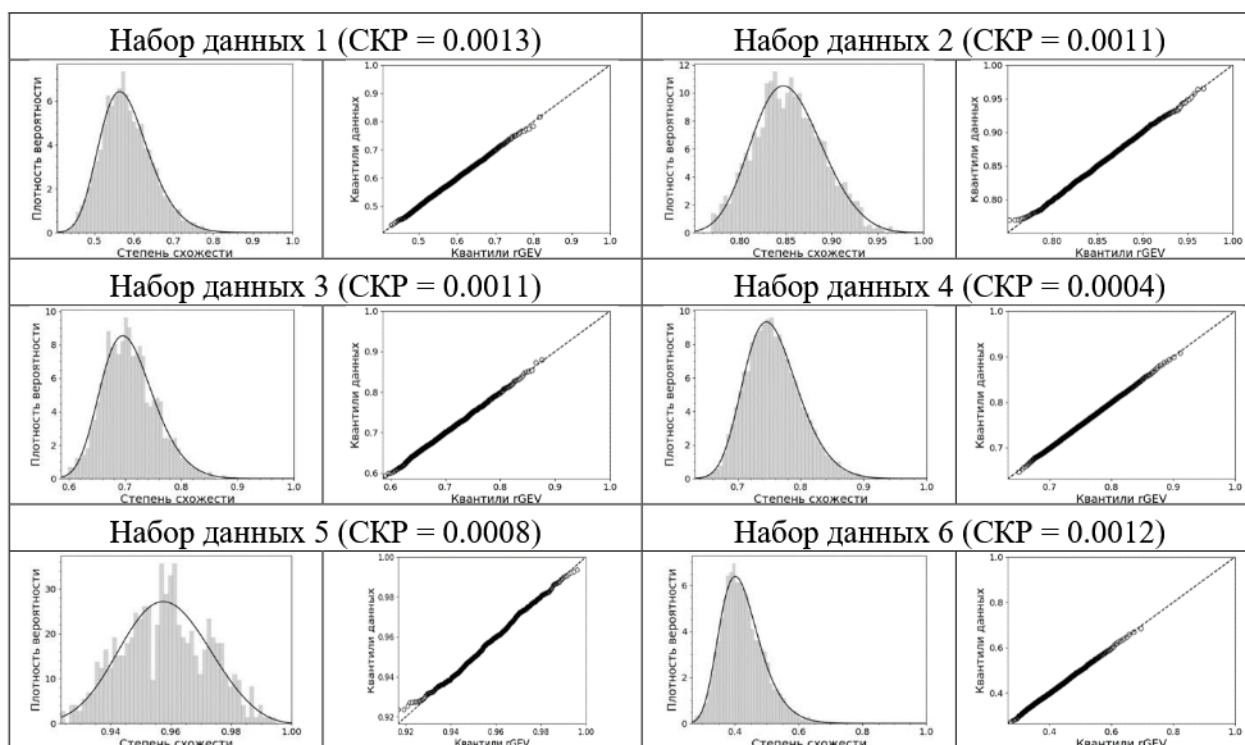


Рис. 2. Плотность вероятности и графики Q-Q для rGEV. На графиках плотности вероятности серым цветом показана гистограмма данных, используемых для построения модели, черной сплошной линией – плотность вероятности модели rGEV

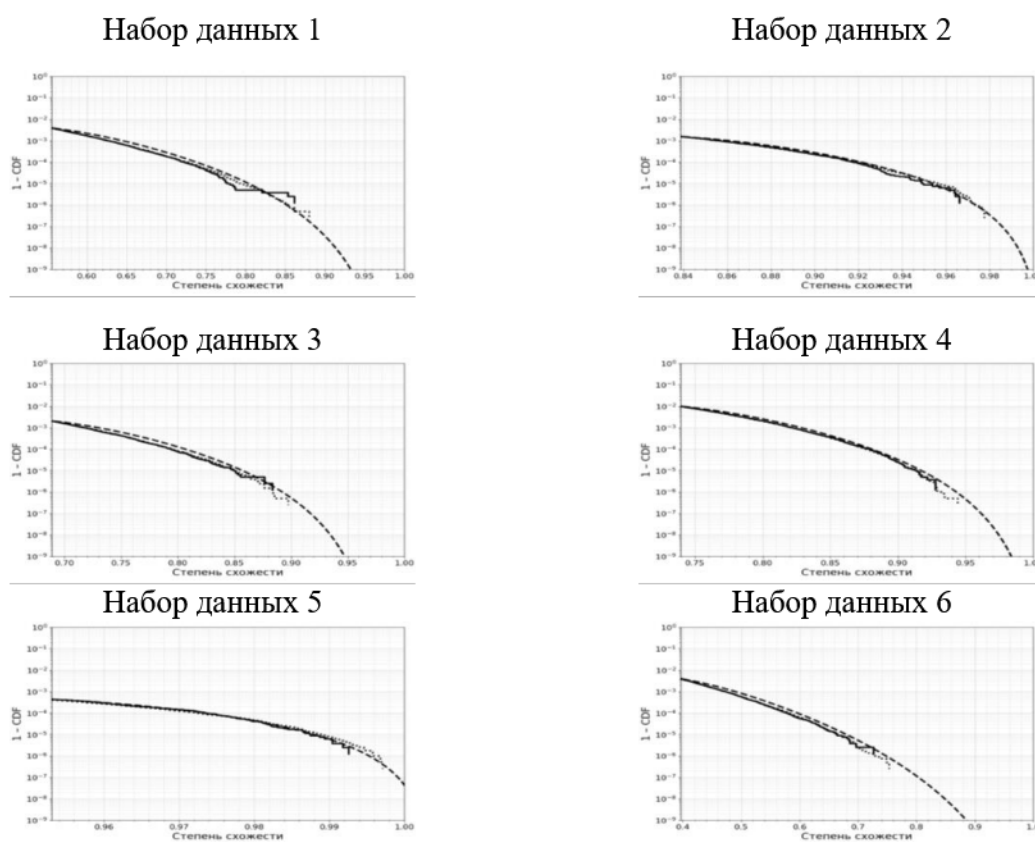


Рис. 3. 1 – CDF (экстраполированная ВЛС) для rGEV (штриховая линия), набора данных с 800 тыс. значений (сплошная линия) и исходного набора данных с 4 млн значений (пунктирная линия)

#### 4. Результаты

Полученные графики Q-Q для модели rGEV (рис. 2) для всех наборов данных расположены вблизи прямой  $y = x$ , что свидетельствует о хорошем соответствии построенной модели и данных. Все графики 1 – CDF (рис. 3) также показывают пригодную аппроксимацию набора данных, использованного при построении модели.

Размер выборки из 800 тыс. значений позволяет непосредственно оценить ВЛС порядка  $10^{-5} \dots 10^{-6}$ . С использованием исходного набора данных из 4 млн значений можно оценить точность экстраполяции данных за пределами доступных для построения модели значений в диапазоне  $[2,5 \cdot 10^{-7}; 7,5 \cdot 10^{-7}]$ . Для оценки точности экстраполяции рассчитано значение СКР для значений степени схожести исходных данных (4 млн значений), соответствующих значениям 1–CDF меньше или равных  $10^{-6}$ , и соответствующих значений степени схожести, оцененных с помощью модели rGEV (табл. 3). Полученные значения СКР позволяют сделать вывод о том, что модель rGEV пригодна для экстраполяции в исследуемом диапазоне.

Таблица 2

**СКР для степеней схожести наборов данных и модели rGEV  
в диапазоне  $[2,5 \cdot 10^{-7}; 7,5 \cdot 10^{-7}]$**

Набор данных	1	2	3	4	5	6
СКР	0.0035	0.0024	0.0128	0.0126	0.0006	0.0228

Значения СКР дают представление о величинах погрешностей порога, устанавливаемого для заданной ВЛС за пределами экспериментальных данных.

#### Заключение

В статье рассмотрено применение теории экстремальных значений в биометрии для прогнозирования эксплуатационных характеристик систем биометрической верификации и показана возможность предсказания ВЛС на порядок меньше, чем может быть рассчитана по экспериментальной выборке. Представлены результаты применения статистической модели rGEV к 6 наборам искусственно сгенерированных данных для экстраполяции значений ВЛС за пределы доступного диапазона значений.

Модель rGEV продемонстрировала хорошее соответствие данным для всех 6 наборов. Во всех случаях данные модели показали пригодную аппроксимацию используемых для построения модели данных.

Оценка СКР в диапазоне ВЛС  $[2,5 \cdot 10^{-7}; 7,5 \cdot 10^{-7}]$  для исходных наборов данных из 4 млн значений и соответствующих данных модели показала, что модель rGEV пригодна для экстраполяции в исследуемом диапазоне.

Полученные результаты означают, что модель экстремальных значений rGEV может быть использована для прогнозирования значения ВЛС за пределами диапазона экспериментальных данных.

Описанный в статье метод можно применять не только при технологических испытаниях, но и при сценарных и оперативных испытаниях, если доступны степени схожести для непарных сравнений.

#### Список литературы / References

1. ISO/IEC 5152:2024 Information technology – Biometric performance estimation methodologies using statistical models
2. Coles S. et al. An introduction to statistical modeling of extreme values. – London: Springer, 2001. – Т. 208. – С. 208.
3. Dunstone T., Yager N. (ed.). Biometric system and data analysis: Design, evaluation, and data mining. – Boston, MA: Springer US, 2009.

4. Gupta K., Walia G. S., Sharma K. Quality based adaptive score fusion approach for multimodal biometric system // *Applied Intelligence*. – 2020. – Т. 50. – №. 4. – С. 1086–1099.
5. Akhtar Z. et al. Robustness analysis of likelihood ratio score fusion rule for multimodal biometric systems under spoof attacks // *2011 Carnahan Conference on Security Technology*. – IEEE, 2011. – С. 1-8.
6. Štruc V. et al. Beyond parametric score normalisation in biometric verification systems // *IET biometrics*. – 2014. – Т. 3. – №. 2. – С. 62–74.
7. Srinivas N., Veeramachaneni K., Osadciw L.A. Fusing correlated data from multiple classifiers for improved biometric verification // *2009 12th international conference on information fusion*. – IEEE, 2009. – С. 1504–1511.
8. Makrushin A. et al. General requirements on synthetic fingerprint images for biometric authentication and forensic investigations // *Proceedings of the 2021 ACM Workshop on Information Hiding and Multimedia Security*. – 2021. – С. 93–104.
9. Nautsch A. et al. Making likelihood ratios digestible for cross-application performance assessment // *IEEE signal processing letters*. – 2017. – Т. 24. – №. 10. – С. 1552–1556.